

THEORIE ENERGETIQUE DE L'ARC SIMPLE  
APPLICABLE A L'ARBALETE

Par  
Philippe Bonnin (ingénieur A&M)

**Définitions et hypothèses :**

- $W$  = énergie en joule qui caractérise le pouvoir de perforation ou d'impact du projectile
- $L$  = allonge (en mètre)
- $F$  = force pour bander l'arc à l'allonge  $L$  (en newton - N - par exagération 10 N équivalent à 0,981 kg – on n'utilisera pas la livre ici)
- $k = \frac{F}{L}$  raideur de l'arc supposée constante de 0 à  $L$  (ce n'est pas forcément le cas)
- $m$  = masse de la flèche ou du carreau (en kg)
- $\gamma$  = accélération ( $m/s^2$ )
- $x$  = course à partir de l'allonge  $L$ , = 0 juste avant de décocher, =  $L$  arc au repos
- frottement de la corde et de la flèche ou du carreau sur l'arbalète négligés
- inertie de la corde négligée
- allongement de la corde négligé
- résistance aérodynamique de la flèche ou du carreau et de la corde négligés

**Formules :**

		unité
$F = k(L - x) \rightarrow$	$\gamma = \frac{F}{m}$	$m/s^2$
	$\gamma = \frac{k(L - x)}{m}$	$m/s^2$
$\gamma = \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow$	$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{k(L - x)}{m}$	$m/s^2$
Solution de l'équation différentielle Course en fonction du temps	$x = L \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{\pi}{2}\right)$	m
T = temps pour parcourir la course x	$T = \sqrt{\frac{m}{k}} \cos^{-1}\left(\frac{x}{L}\right) \frac{\pi}{2}$	s
vitesse du projectile en fonction du temps	$V = L \sqrt{\frac{k}{m}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$	m/s
vitesse du projectile quittant la corde	$V = L \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$	m/s
Energie du projectile quittant la corde	$W = \frac{1}{2}m V^2$	joule

En remplaçant  $V$  par sa valeur donnée dans l'avant dernière formule on obtient ...

... ce qu'il faut retenir	$W = \frac{1}{2}FL$	joule
---------------------------	---------------------	-------

Autre manière expéditive d'obtenir le même résultat par la conservation de l'énergie : « l'énergie potentielle de l'arc est intégralement transmise au projectile en énergie cinétique au moment où il quitte la corde ».

$x$  = course à partir du repos, =  $L$  juste avant de décocher, = 0 arc au repos

		unité
Travail pour un petit déplacement $dx$	$F = kx$	N
Travail pour allonger à $L$	$dW = kx dx$	joule
	$W = \int_0^L kx dx$	joule
Ou encore	$W = \frac{1}{2}kL^2$	joule

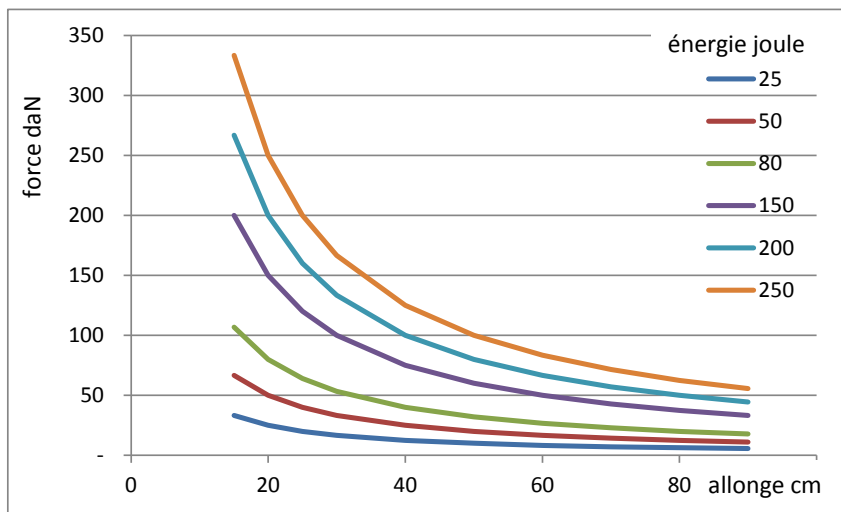
Ou encore

$$W = \frac{1}{2} F L \quad \text{joule}$$

**Application :**

Finalement la relation est simple, on en déduit par exemple :

- Ce n'est pas la vitesse seule qui caractérise le pouvoir de perforation, c'est le couple masse vitesse.  
*A noter qu'une fois le projectile lancé, son énergie diminue : il est freiné par l'air en fonction de sa forme, du carré de sa vitesse et de sa stabilité de trajectoire et lacet et tanguage. Il y a donc intérêt à lui donner une finesse maximale et une vitesse minimale. La flèche est supérieure au carreau au niveau stabilité et finesse mais va plus vite. Il existe donc un compromis à trouver.*
- L'énergie d'une flèche ou d'un carreau quittant un arc ou une arbalète ne dépend pas de sa masse. Elle ne dépend que de l'énergie avec laquelle l'arc a été bandé.  
*une flèche quittant un arc de 200 N à allonge de 80 cm a autant d'énergie qu'un carreau quittant une arbalète de 2000 N à allonge de 8 cm [  $\frac{1}{2} \times 200 \times 0,8 = \frac{1}{2} \times 2000 \times 0,08$  soit une énergie de 80 joules ]. Cette énergie ne dépend pas de sa masse.*
- Une flèche ou carreau de plus grande masse qu'un(e) autre ira moins vite mais aura autant d'énergie en sortie d'un même arc ou arbalète, pour une même allonge.
- Énergie en fonction de l'allonge et de la force



- Une flèche et un carreau de même masse quitteront l'arc et l'arbalète (de même énergie) avec la même vitesse.

Vitesse en km/h d'une flèche de 30 grammes en fonction de la force et de l'allonge

		force							
		20	30	40	50	60	70	75	90
allonge cm	10	93	114	131	147	161	174	180	197
	15	114	139	161	180	197	213	220	241
	20	131	161	186	208	228	246	255	279
	30	161	197	228	255	279	301	312	342
	40	186	228	263	294	322	348	360	394
	50	208	255	294	329	360	389	402	441
	60	228	279	322	360	394	426	441	483
	65	237	290	335	375	410	443	459	503
	70	246	301	348	389	426	460	476	522
	75	255	312	360	402	441	476	493	540
	80	263	322	372	416	455	492	509	558

**Conclusion :**

La « puissance » d'un arc (on devrait plutôt dire « l'énergie ») s'exprime par :  
**force à appliquer pour bander l'arc à une allonge donnée.**

- Ne donner que la force est insuffisant car l'allonge varie d'un tireur à l'autre et d'une arbalète à l'autre.
- La capacité du projectile à perforer est fonction de son énergie. Il y a donc intérêt à avoir une force et une allonge maximales.
- A noter que la pré-tension de l'arc au repos est une énergie qui n'est pas restituée au projectile.
- Cette pré-tension n'a aucune influence sur la puissance.